**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

**«Сибирский государственный университет науки и технологий
имени академика М.Ф. Решетнева»**

Институт информатики и телекоммуникаций

Кафедра\_\_\_\_\_

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1**

**Вариант 5**

по дисциплине: «МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВ СИСТЕМ СВЯЗИ»

на тему: «РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ

Выполнил: студент группы МСС 21-01

Пичугина И.О.

Проверил: доцент каф. \_\_\_\_

Опенько С.И.

**Цель практической работы:** Определить функцию черного ящика, по которой вход преобразуется в выход методом регрессионного анализа.

**Исходные данные:**

Решить задачу регрессионного анализа, то есть, опираясь на имеющиеся экспериментальные данные, построить модель (определим функцию черного ящика) по которой вход преобразуется в выход (рис. 1)



**Рис. 1 – Схема одномерной регрессионной модели**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | Xi | Yi |
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 |
| 3 | 2 | 2 |
| 4 | 3 | 2 |
| 5 | 4 | 4 |
| 6 | 5 | 5 |
| 7 | 6 | 5 |
| 8 | 7 | 7 |
| 9 | 8 | 9 |
| 10 | 9 | 9 |

**Таблица 1 – Исходные данные для выполнения практической работы в соответствии с номером варианта**

**Решение:**

1. В результате проведения экспериментальных измерений мы получили набор из n=10 экспериментальных точек. Отобразим на рис. 2

**Рис. 2 – График экспериментальных данных**

2. Рассматривая экспериментально полученные данные, предположим, что они подчиняются линейной гипотезе, то есть выход *Y* зависит от входа *X* линейно, то есть гипотеза имеет вид:  .

3. Для каждой из  снятых экспериментально точек вычислим ошибку  между экспериментальным значением и теоретическим значением , лежащим на гипотетической прямой :

**

**

Ошибки  для всех  точек следует сложить. Чтобы положительные ошибки не компенсировали в сумме отрицательные, каждую из ошибок возводят в квадрат и складывают их значения в суммарную ошибку  уже одного знака:

**

**

Цель метода — минимизация суммарной ошибки  за счет подбора коэффициентов. Другими словами, это означает, что необходимо найти такие коэффициенты  линейной функции , чтобы ее график проходил как можно ближе одновременно ко всем экспериментальным точкам. Поэтому данный метод называется методом наименьших квадратов.



4. Чтобы суммарную ошибку минимизировать, найдем частные производные от функции  по каждой переменной и приравняем их к нулю (условие экстремума):





После раскрытия скобок получим систему из двух линейных уравнений:





Для удобства вычислений составим таб. 2.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | Yi |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 3 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 9 | 6 |
| 5 | 4 | 4 | 16 | 16 |
| 6 | 5 | 5 | 25 | 25 |
| 7 | 6 | 5 | 36 | 30 |
| 8 | 7 | 7 | 49 | 49 |
| 9 | 8 | 9 | 64 | 72 |
| 10 | 9 | 9 | 81 | 81 |
| Сумма | 45 | 45 | 285 | 285 |

**Таблица 2 – Промежуточные вычисления**

Для нахождения коэффициентов  и  методом Крамера представим систему в матричной форме:



Подставляя конкретные значения из таб. 2, получим:



Находим значения  и :





Итак, найденные значения = 0 и = 1 обеспечивают прохождение графика  как можно ближе одновременно ко всем экспериментальным точкам.

Таким образом, мы получили следующее линейное уравнение: .

5. Чтобы определить, принимается гипотеза или нет, нужно, во-первых, рассчитать ошибку между точками заданной экспериментальной и полученной теоретической зависимости и суммарную ошибку:





И, во-вторых, необходимо найти значение  по формуле , где  — суммарная ошибка,  — общее число экспериментальных точек.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | Yi |   |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 2 | -1 | 1 |
| 5 | 4 | 4 | 0 | 0 |
| 6 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 7 | 6 | 5 | -1 | 1 |
| 8 | 7 | 7 | 0 | 0 |
| 9 | 8 | 9 | 1 | 1 |
| 10 | 9 | 9 | 0 | 0 |

**Таблица 3 – Вычисление ошибок между точками заданной экспериментальной и полученной теоретической зависимости**

Суммарная ошибка составляет:

F=0+1+0+1+0+0+1+0+1+0= 4

Значение .

Найдем значение  расстояние связано с  следующим соотношением:

**

Если в полосу, ограниченную линиями  и  (таб. 4), попадает 68.26% и более экспериментальных точек, то выдвинутая нами гипотеза принимается. В противном случае выбирают более сложную гипотезу или проверяют исходные данные. Если требуется большая уверенность в результате, то используют дополнительное условие: в полосу, ограниченную линиями  и , должны попасть 95.44% и более экспериментальных точек.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | Yi |   |  | Есть попадание? |
| 1 | 0 | 0 | -0.89 | 0.89 | Да |
| 2 | 1 | 2 | 0.11 | 1.89 | Нет |
| 3 | 2 | 2 | 1.11 | 2.89 | Да |
| 4 | 3 | 2 | 2.11 | 3.89 | Нет |
| 5 | 4 | 4 | 3.11 | 4.89 | Да |
| 6 | 5 | 5 | 4.11 | 5.89 | Да |
| 7 | 6 | 5 | 5.11 | 6.89 | Нет |
| 8 | 7 | 7 | 6.11 | 7.89 | Да |
| 9 | 8 | 9 | 7.11 | 8.89 | Нет |
| 10 | 9 | 9 | 8.11 | 9.89 | Да |

**Таблица 4 – Проверка попадания точек внутри заданного интервала**

Наконец, дадим графическую иллюстрацию нашим расчетам.

**Рис. 3 –** Исследование допустимости принятия гипотезы

Расчеты по таб. 4 и рис. 3 показывают, что 6 точек из 10 (то есть 60%) попадают в полосу, ограниченную линиями  и .

Из чего заключаем: выдвинутая нами гипотеза не принимается. Нам требуется большая уверенность в результате, используем дополнительное условие: в полосу, ограниченную линиями  и , должны попасть 95.44% и более экспериментальных точек.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | Yi |   |  | Есть попадание? |
| 1 | 0 | 0 | -1.78 | 1.78 | Да |
| 2 | 1 | 2 | -0.78 | 2.78 | Да |
| 3 | 2 | 2 | 0.22 | 3.78 | Да |
| i | Xi | Yi |   |  | Есть попадание? |
| 4 | 3 | 2 | 1.22 | 4.78 | Да |
| 5 | 4 | 4 | 2.22 | 5.78 | Да |
| 6 | 5 | 5 | 3.22 | 6.78 | Да |
| 7 | 6 | 5 | 4.22 | 7.78 | Да |
| 8 | 7 | 7 | 5.22 | 8.78 | Да |
| 9 | 8 | 9 | 6.22 | 9.78 | Да |
| 10 | 9 | 9 | 7.22 | 10.78 | Да |

**Таблица 5 – Вторая проверка попадания точек внутри заданного интервала**

Наконец, дадим графическую иллюстрацию нашим вторым расчетам.

**Рис. 3 – Второе и**сследование допустимости принятия гипотезы

Окончательные расчеты по таб. 5 и рис. 3 показывают, что 10 точек из 10 (то есть 100%) попадают в полосу, ограниченную линиями  и , из чего заключаем: зависимость между входом и выходом модели линейная, то есть выдвинутая нами гипотеза верна. Условие принятия гипотезы выведено из нормального закона распределения случайных ошибок